1143. 保測変換ヲモツ測度代數ノエルゴード部分ヘノ分解

岩村　聯（東大學生）
河田　敬義（文理大）

§ 1.

保測変換ガ定義サレテヰル測度空間 (Ω, B, m) ヲエルゴード部分ニ分解スル問題ハ J. v. Neumann, Kryloff-Bogolioubogoff ヤ又角谷氏等ニヨッテ論ゼラレテヰル。此処デモ或ル意味デ同ジ分解ノ問題ヲ考ヘテミル。

方法ハ談話 1123「連續幾何學ニツイテ」ト全ク同ジコトヲ談話 1134「不変測度ノ存在ニツイテ, II」ノ結果ニアテハメレバヨイノデ, 此処デハ結論ト方針ト必要ナル変更ダケヲ注意スルコトトスル。

$\mathfrak{L}$ ヲ σ-完備ブール代數, m ヲ $\mathfrak{L}$ ノ上ノ完全加法的測度函數デ $m(1)=1$, 且ツ $a>0$ ナラバ $m(a)>0$ ヲ満足スルモノトスル。別ニ $\mathfrak{L}$ 上ノ保測変換 $\sigma: a \longleftrightarrow a^\sigma \in \mathfrak{L}$ デ

(1) $0^\sigma = 0,\ 1^\sigma = 1,\ (a \cup b)^\sigma = a^\sigma \cup b^\sigma,\ (a \cap b)^\sigma = a^\sigma \cap b^\sigma,$
$m(a^\sigma) = m(a)$

ノ作ル群 $\mathfrak{G}$ ガ與ヘラレテヰルモノトスル。

〔注意：コレカラ任意ノ $\{a_\alpha\}$ ニ對シテ $(\vee_\alpha a_\alpha)^\sigma = \vee_\alpha a_\alpha^\sigma$ トナル〕。

$\mathfrak{G}$ ガエルゴード的デアルトハ，任意ノ $a>0$, $b>0$ $(a, b \in \mathfrak{L})$ ニ対シテ適當ニ $\sigma \in \mathfrak{G}$ ヲ選ベバ

$$a \frown b^{\sigma} > 0$$

ナラシメ得ルコトヲ言フ。

今，$\mathfrak{L}$ ノ核心ヲ $\mathfrak{Z} = \{c;\ c^{\sigma} = c$ (スベテノ $\sigma \in \mathfrak{G}$ ニ對シテ)$\}$ デ定義スレバ，$\mathfrak{Z}$ ハ σ 完備ブール代數トナリ，$\mathfrak{G}$ ガエルゴード的デアルタメノ必要十分條件ハ $\mathfrak{Z}$ ガ 0 ト 1 トノミヨリナルコトデアル。

目的トスル結論ハ

$\boxed{\text{定　理}}$ 『$\mathfrak{L}$ ト $\mathfrak{G}$ トガ與ヘラレテオルトキ，アル夫々 $\mathfrak{G}$ ト同型ナ $\mathfrak{G}_{\alpha}$ ヲエルゴード的保測度換群トシテモツ σ 完備ブール代數 $\mathfrak{L}_{\alpha}$ ノ集リガ存在シテ次ノ諸條件ヲ滿スヤウニ出來ル：

(i) $\mathfrak{L} \ni a \rightarrow a_{\alpha} = \varphi_{\alpha}(a) \in \mathfrak{L}_{\alpha}$ ナル準同型對應ガ存在シ，特ニ $(\varphi_{\alpha}(a))^{\sigma} = \varphi_{\alpha}(a^{\sigma})$.

(ii) (i) デ得ラレル $\mathfrak{L}$ ノ $\sum_{\alpha} \oplus \mathfrak{L}_{\alpha}$ ナル直和ブール代數（ノ一部）ヘノ對應ハ束同型對應デアル。

(iii) $\{\alpha\}$ ノ集リ A ヲ基トシテノ一ツノ測度空間 (A, $\mathfrak{B}_A$, μ) ガ定義サレテ

(イ) $\mathfrak{L}_{\alpha}$ 上ノ測度ヲ m_{α} トスルト，$\mathfrak{L} \ni a$ ニ對シテ $m_{\alpha}(\varphi_{\alpha}(a))$ ハ $\alpha \in A$ ノ函數トシテ μ ー可測デ，

(ロ) $m(a) = \int_{A} m_{\alpha}(\varphi_{\alpha}(a))\, \mu(d\alpha)$

(iv) $a \to \varphi_\alpha(a)$ ハ無限ノ算法ニ對シテハ必ズシモ同型デハナイガ，今 $\{a_n\}$, $a_n \in \mathcal{L}$ ヲ一ツキメレバ，ソレニ對シテA上高々測度 0 ノ全体Nガキマリ，$N \not\ni \alpha$ ニ對シテハ

$$\varphi_\alpha(\vee_n a_n) = \vee_n \varphi_\alpha(a_n)$$

ガ成立スル。』

初メニ分解合同ニ関スル若干ノ性質ヲ挙ゲル。

$a \sim b$ トハ $a = \vee_{n=1}^{\infty} a_n$, $b = \vee_{n=1}^{\infty} b_n$,

$a_i \wedge a_j = b_i \wedge b_j = 0\ (i \neq j)$, $a_n^{\sigma_n} = b_n$, $\sigma_n \in \mathfrak{G}$ トアラハサレルコトヲイフ。コレニヨリ $a \geqq c \xrightarrow{\tau} d = \vee_{n=1}^{\infty} (c \wedge a_n)^{\sigma_n} \leqq b$ ナル對應ガキマル。

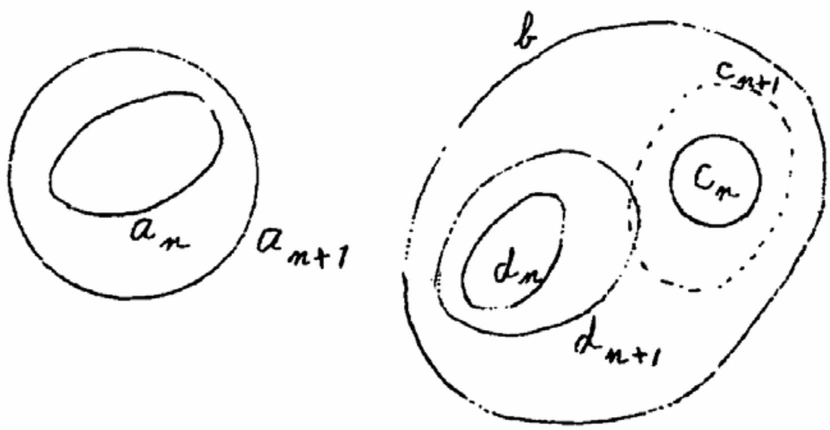
$a \succ b$ トハ $a \sim a^* > b$ ナル a^* ノ存在スルコトヲイフ。

之等ニツイテハ談話1134, Lemma 1−7 ノ普通ノ性質ガ成立スル。連續幾何學ノ Halperin ノ定理ニ對應スルモノヲココニ補ッテオク。

補題1 (i) $a_n \succsim b$, $a_1 \geqq a_2 \geqq \cdots\cdots$ ナラバ $\wedge_{n=1}^{\infty} a_n \succsim b$

(ii) $a_n \precsim b$, $a_1 \leqq a_2 \leqq \cdots\cdots$ ナラバ $\vee_{n=1}^{\infty} a_n \precsim b$

(証) 談話1134, Lemma 6 カラ(i)ト(ii)トハ同ジコトデアルカラ，(ii)丈ヲ証明スル。



$a_n \overset{\tau_n}{\sim} c_n \leqq b$, $a_{n+1} \overset{\tau_{n+1}}{\sim} d_{n+1} \leqq b$ トスレバ, $a_{n+1} \geqq a_n$ カラ, アル $d_n \leqq d_{n+1}$ ニ對シテ $a_{n+1} \geqq a_n \overset{\tau_n}{\sim} d_n \leqq d_{n+1} \leqq b$ トナル。

談話 1134, Lemma 6 カラ $b-c_n \overset{\rho}{\sim} b-d_n$ ナル合同分解ガ存在スル。ソノ對應ニヨッテ $c_{n+1}-c_n \overset{\rho}{\sim} d_{n+1}-d_n$ $= c_{n+1}$ ヲ定メレバ, $a_n \overset{\tau_n}{\sim} c_n$ ト合セテ, $a_{n+1} \sim c_{n+1} \geqq c_n$ トナル。

ヨッテ $a_1 \leqq a_2 \leqq \cdots\cdots$ ニ對シテ 次々ニ $c_1 \leqq c_2 \leqq \cdots\cdots \leqq b$ ヲトリ,

$a_1 \sim c_1$, $a_2 - a_1 \sim c_2 - c_1$, $\cdots\cdots$, $a_{n+1} - a_n \sim c_{n+1} - c_n$, $\cdots\cdots$

ナラシメルコトが出來ル。故ニ之等ヲ合セテ

$$\bigvee_{n=1}^{\infty} a_n \sim \bigvee_{n=1}^{\infty} c_n \leqq b$$

トナル。 q.e.d.

次ニ $\mathfrak{L}$ ノ元ヲ $a \sim b$ ナル對當關係デ組ニ分ケテ, A, B, $\cdots\cdots$ トスル: 例ヘバ $A = K_a = \{a', a' \sim a\}$. カヽル組ノ全体ヲ $\mathcal{L}$ トカク: $\mathcal{L} = \{K_a;\ a \in \mathfrak{L}\}$. 特ニ $\mathfrak{Z}$ ヲ c ハ c 一ッ丈デ組ヲ作ル。

A, B, $\cdots\cdots \in \mathcal{L}$ ノ間ノ關係: $A+B$, $A-B$, $A>B$, 又 cA ($c \in \mathfrak{Z}$) 等ノ定義ハ談話 1134, 定義 10 ヲ參照。

$\mathcal{L}$ が σ-完備束ヲ作ルコトハ談話 1123 ト同樣。

§2

$\mathfrak{L}$ ノ核心 $\mathfrak{Z}$ ハ又ブール代數デアッタ。今 $\mathfrak{Z}$ ノ最大

双對イデヤルトスル： (i) $\mathfrak{p} \ni c_1, c_2$ ナラバ $\mathfrak{p} \ni c_1 \cap c_2$, (ii) $\mathfrak{p} \ni c_1 \leqq c_2$ ナラバ，$\mathfrak{p} \ni c_2$, (iii) カヽル性質ヲモツ(+ヲナル)最大ノモノ。

カヽル $\mathfrak{p}$ ノ全体ヲ $\mathfrak{M}$ トスル。Stone ノ方法デ位相ヲ導入スレバ，$\mathfrak{M}$ ハビコムパクトナ Hausdorff 空間トナル。

$c \in \mathfrak{Z}$ ニ對シテ

$$\mathfrak{M}(c) = \{\mathfrak{p};\ \mathfrak{p} \ni c\}$$

トスレバ，$c \to \mathfrak{M}(c)$ ハ $\mathfrak{Z}$ ノ $\mathfrak{M}$ ノ部分集合ヘノ束同型表現トナリ，$\mathfrak{M}(c)$ ハ開且閉集合デアル。

今 $\mathfrak{M}$ 上ノ Borel 集合ニ對シテ測度 μ ヲ

$$(2) \quad \mu(\mathfrak{M}(c)) = m(c)$$

ナル様ニ定義スルコトガ出来ル。

談話 1134, 定義 9 及 386 頁ノ (9) 式カラ

$$(3) \quad \begin{cases} z_0 = 1 - z, \\ 1 = z_0 \cup z_1 \cup \cdots\cdots \cup z_n \cup \cdots\cdots, \quad z_i \cap z_j = 0 \ (i \neq j), \end{cases}$$

$$z_n \in \mathfrak{Z}$$

ト分解シテ

$$(4) \quad \mathcal{L}_n = \{a;\ a \leqq z_n\}, \quad n = 0, 1, \cdots\cdots$$

トオケバ

$$(5) \quad \mathcal{L} = \sum_{n=0}^{\infty} \oplus \mathcal{L}_n$$

トナリ，之等 $\mathcal{L}_n$ ハ又 $\mathfrak{G}$ ヲ保測変換群トスル測度代数トナル。$\mathcal{L}_0$ ヲ ∞ 型 (minimal ナ元ノナイモノ)，$\mathcal{L}_n$ ヲ n

型 $(n=1,2,\cdots\cdots)$ $(1=a_1\cup\cdots\cdots\cup a_n,\ a_1\sim a_2\sim\cdots\cdots\sim a_n,$ $a_i\cap a_j=0\ (i\neq j)$ ナル minimal ナ a_1 ノ存在スル場合)トヨバラ。

$\boxed{\text{定理 1}}$ 『(イ) $\mathfrak{L}$ ヲ ∞ 型トスル。§1 ノ組合セノ作ルσ-完備束 $\mathfrak{L}$ ヲ A ニ對シテ、$\mathfrak{M}$ 上ノ連續函數 $f_A(\mathfrak{p})$ ヲ對應サセテ

(i) $0\leqq f_A(\mathfrak{p})\leqq 1$,

(ii) スベテノ $\mathfrak{p}\in\mathfrak{M}$ ニ對シテ $f_A(\mathfrak{p})=f_B(\mathfrak{p})$ ナラバ $A=B$,

(iii) $f_{A\cup B}(\mathfrak{p})=Max\,(f_A(\mathfrak{p}),f_B(\mathfrak{p}))$,

$f_{A\cap B}(\mathfrak{p})=Min\,(f_A(\mathfrak{p}),f_B(\mathfrak{p}))$.

(iv) $A+B$, $A-B$ が定義サレルトキハ $f_{A\pm B}(\mathfrak{p})=f_A(\mathfrak{p})\pm f_B(\mathfrak{p})$

(v) $m(A)=\int_{\mathfrak{M}} f_A(\mathfrak{p})\,\mu(d\mathfrak{p})$

(vi) $A_1\geqq A_2\geqq\cdots\cdots$, $A_0=\bigwedge_{n=1}^{\infty}A_n$ ナラバ, $\mathfrak{M}$ 上殆ンドイタルトコロ (從ッテ第一類集合ヲ除イテ)

$f_{A_0}(\mathfrak{p})=\lim f_{A_n}(\mathfrak{p})$

單調増大列ニ對シテモ同樣。

(vii) 逆ニ任意ノ $0\leqq f(\mathfrak{p})\leqq 1$ ナル $\mathfrak{M}$ 上ノ連續函數 $f(\mathfrak{p})$ ニ対シテ

$$f(\mathfrak{p})=f_A(\mathfrak{p})$$

ナル $A\in\mathfrak{L}$ が存在スル。

(ロ) $\mathfrak{L}$ ガ n 型ノ場合ハ (i) デ $f_A(\mathfrak{p})$ ノ取ル値ハ $0, \frac{1}{n}, \cdots\cdots, \frac{n-1}{n}$, ノト制限サレル。又 (vii) デハ $f(\mathfrak{p})$ ノトル値ガ $0, \frac{1}{n}, \cdots\cdots$, ノ丈ケノ場合ニ $f(\mathfrak{p}) = f_A(\mathfrak{p})$ ナル $A \in \mathfrak{L}$ ガ存在スル。」

(証) (イ) ダケ考ヘル。

今 $\mathfrak{p} \in \mathfrak{M}$ ヲ一ツ定メテ, $a = b(\mathfrak{p})$ トハアル $c \in \mathfrak{p}$ ニ対シテ $a \frown c = b \frown c$ トナルコトヽスル。コレデ $\mathfrak{L}$ ヲ組ニ分ケテ $(a)_\mathfrak{p}, (b)_\mathfrak{p}, \cdots\cdots$ トスル: $(a)_\mathfrak{p} = \{a'; a = a'(\mathfrak{p})\}$. 又ソノ全体ヲ $(L)_\mathfrak{p} = \{(a)_\mathfrak{p}; a \in \mathfrak{L}\}$ トカク。$(L)_\mathfrak{p}$ ハ又 (必ズシモ σ-完備デナイガ) ブール代数ヲ作リ, $a = b(\mathfrak{p})$ ナラ $a^\sigma = b^\sigma(\mathfrak{p})$ カラ $\mathfrak{G}$ ハ又 $(L)_\mathfrak{p}$ ノ自己同型群ト見ルコトガ出来ル。

$(a)_\mathfrak{p} \sim (b)_\mathfrak{p}$ トハアル $c \in \mathfrak{p}$ デ $a \frown c \sim b \frown c$ トナルコトヽスレバ, $(L)_\mathfrak{p}$ ハ更ニ組分ケサレテ $(\mathfrak{L})_\mathfrak{p}$ ヲ作ル。

コレハ別ナ立場カラ見レバ, $\mathfrak{L}$ ヲ, $A = B(\mathfrak{p})$ ヲアル $c \in \mathfrak{p}$ デ, $cA = cB$ トナルコトデ定義シテ, ソレニヨッテ組分ケシタモノニ等シイ。(談話 1123, §5)

$(A)_\mathfrak{p} \geqq (B)_\mathfrak{p}$ ヲアル $c \in \mathfrak{p}$ デ $cA \geqq cB$ トナルコトデ定義スレバ, $(\mathfrak{L})_\mathfrak{p}$ ハ全順序集合トナリ, 又スベテノ $\mathfrak{p} \in \mathfrak{M}$ デ $(A)_\mathfrak{p} \geqq (B)_\mathfrak{p}$ ナラバ, $A \geqq B$ トナル。(談話 1123, 補題 5, 6 参照)

ヨッテアル $\mathfrak{p} \in \mathfrak{M}$ ヲ一ツキメテ, $A \in \mathfrak{L}$ ニ対シテ

$$\Delta^0 = \{r; (r1)_\mathfrak{p} \leqq (A)_\mathfrak{p}\}, \quad \Delta' = \{r; (r1)_\mathfrak{p} \geqq (A)_\mathfrak{p}\}$$

トオケバ

$$\sup \Delta^0 = \inf \Delta'$$

ガ成立スル。(談話 1123, 補題 7)。故ニ

$$(6) \quad f_A(p) = \sup \Delta^0 = \inf \Delta'$$

トオケバ，談話 1123，補題 8，9，定理 1 ト同様ニ，$f_A(p)$ ハ定理 1 (i) (ii) (iii) (iv) (vii) ヲ満足スル。

(v) ハ $f_A(p)$ ノ定義ト談話 1134，387 頁 (13)，(14) 式トカラ明カデアル。

(vi) ハ (iii) ト (v) トカラ直チニ得ラレル。 q.e.d.

§ 3

(6) 式ノ $f_A(p)$ ハ $A = B(p)$ ナラ $f_A(p) = f_B(p)$，即チ $(\mathcal{L})_p$ ノ上ノ函数デアル。$(\mathcal{L})_p$ ハ $(L)_p$ ノ組合ケ，$(L)_p$ ハ $\mathcal{L}$ ノ組合ケデアルカラ

$$(7) \quad f_a(p) = f_A(p), \quad Ka = A, \quad 或ハ \ (a)_p \in (A)_p$$

ト定義スレバ

$$(8) \quad \delta((a)_p, (b)_p) = f_{a \vee b}(p) - f_{a \wedge b}(p)$$

ハ $(L)_p$ ノ準距離ヲ定義スル。(談話 1123，§ 7)

ソコデ $\delta((a)_p, (b)_p) = 0$ ナルモノヲ組ニマトメテ $(L)_p$ カラ $(\overline{L})_p$ ヲ作レバ，$(\overline{L})_p$ ハ又一ツノブール代数ヲ與へ，δ ハ $(\overline{L})_p$ 上ノ距離ニナル。且ツ $\delta((a)_p (b)_p) = 0$ ナラ $f_a(p) = f_b(p)$ デアレ。

又 $\delta((a)_p, (b)_p) = 0$ ナラ $\delta((a^\sigma)_p, (b^\sigma)_p) = 0$ カラ

$\mathfrak{G}$ ハ $\overline{(L)}_p$ 上ノ自己同型群ト見做スコトガ出來ル。

談話 1123, 補題 10, 11, 12 カラ $\overline{(L)}_p$ ハ σ 完備ブール代數ニナル。

明カニ $\mathfrak{L} \ni a \longrightarrow \overline{(a)}_p \in \overline{(L)}_p$ ハ束準同型對應デ, $\overline{(a^\sigma)}_p = (\overline{(a)}_p)^\sigma$, $\sigma \in \mathfrak{G}$ デアルガ逆ニスベテノ $p \in \mathfrak{M}$ ニ對シテ $\overline{(a)}_p = \overline{(b)}_p$ ナラ $a = b$ トナル。(談話 1123, §7).

$\boxed{\text{補題2}}$ 「$\overline{(L)}_p \ni \overline{(a)}_p$ ニ對シテ

(9) $$m_p(\overline{(a)}_p) = f_a(p)$$

トオケバ, m_p ハ $\overline{(L)}_p$ 上ノ完全全加法的測度函數デ

$$m_p(\overline{(I)}_p) = 1; \quad \overline{(a)}_p > 0 \text{ ナラ } m_p(\overline{(a)}_p) > 0;$$

$$m_p(\overline{(a)}_p^\sigma) = m_p(\overline{(a)}_p)$$

ヲ滿足スル。

證明ハ談話 1123, 補題 10, 11, 12 カラ:——

$\boxed{\text{補題3}}$ $\mathfrak{G}$ ヲ保測變換群トスル $\overline{(L)}_p$ 中 $\overline{(a)}_p \sim \overline{(b)}_p$ ナルタメノ必要十分條件ハ

$$f_a(p) = f_b(p)$$

ナルコトデアル。

(證) (イ) $\overline{(L)}_p$ 中 $\mathfrak{G}$ ニ關シテ $\overline{(a)}_p \sim \overline{(b)}_p$ トスレバ

$$\overline{(a)}_p = \vee_{n=1}^\infty \overline{(a_n)}_p, \quad \overline{(b)}_p = \vee_{n=1}^\infty \overline{(b_n)}_p,$$

$$\overline{(a_i)}_p \frown \overline{(a_j)}_p = \overline{(b_i)}_p \frown \overline{(b_j)}_p = 0 \ (i \neq j), \quad \overline{(a_n)}_p^{\sigma_n} = \overline{(b_n)}_p,$$

$\sigma_n \in \mathfrak{g}, \ (n=1, 2, \cdots\cdots)$

ナル分解ガアル。故ニ補題２カラ

$$f_a(p)=\sum_{n=1}^{\infty} f_{a_n}(p)=\sum_{n=1}^{\infty} f_{b_n}(p)=f_b(p)$$

トナル。

(ロ) 逆ニ $f_a(p)=f_b(p)$ トスル。(6) カラ $c \in p$ ヲ適當ニトレバ

$$r \leqq f_A(p) \leqq r+\varepsilon$$

ナル r ニ對シテ

$$a \cap c \geqq a^* \cap c \sim r \cdot 1 \cap c \sim b^* \cap c \leqq b \cap c$$

ヲ満足セシメルコトが出来ル。$a^* \cap c \sim b^* \cap c$ カラ

$$a^* \cap c = \bigvee_{n=1}^{\infty} a_n^*, \quad b^* \cap c = \bigvee_{n=1}^{\infty} b_n^*, \quad a_i^* \cap a_j^* = b_i^* \cap b_j^* = 0 \ (i \neq j),$$

$$(a_n^*)^{\sigma_n} = b_n^*, \quad \sigma_n \in \mathfrak{g} \quad (n=1, 2, \cdots\cdots)$$

トスレバ，N ヲ十分大ニスレバ

$a' = \bigvee_{n=1}^{N} a_n^*, \quad b' = \bigvee_{n=1}^{N} b_n^*$ ニ対シテ $f_{a'}(p) = f_{b'}(p)$
$\geqq r-\varepsilon$ ナラシメルコトが出來ル。

（訳註 1, 2-3, 補題 10, 11 参照）

コノトキ又 $(\overline{L})_p$ 中 $(\overline{a'})_p \sim (\overline{b'})_p$ デアルカラ

$$f_{a-a'}(p) = f_{b-b'}(p) = f_a(p) - f_{a'}(p)$$

$$= f_b(p) - f_{b'}(p) \leqq 2\varepsilon$$

トナル。コノ操作ヲ可算回施セバ (Principle of exhaustion),

$(\overline{L})_p$ ノ定義カラ遂ニ

$$(\overline{a})_p \sim (\overline{b})_p \ \text{in} \ (\overline{L})_p$$

ガ得ラレル。 q.e.d.

$\boxed{\text{補題4}}$ $(\overline{L})_p$ 中補題2ノ如ク m_p ヲ定義スルト，一ツノ $\mathfrak{g}$ ヲ保測変換群トスル測度代數トナリ，ソノトキ $\mathfrak{g}$ ハエルゴード的トナル。

(証) 補題3カラ $f_a(p) >, <, = f_b(p)$ ニ應ジテ $(\overline{a})_p \succ, \prec, = (\overline{b})_p$ トナル。故ニ $(\overline{L})_p$ ノ核心ハ 0, 1 以外ニハ存在シ得ナイ。

ヨツテ定理1ト合セテ

$\boxed{\text{定理2}}$ $\mathfrak{Z}$ ノ最大双對イデヤル p ノ全体ノ作ルビコムパクト Hausdorff 空間ヲ $\mathfrak{M}$ トスルト，各 $p \in \mathfrak{M}$ ニ對シテ $\mathfrak{g}$ ヲ保測変換群トスル σ-完備測度代數 $((\overline{L})_p, m_p)$ ガ定マリ，

(i) $(\overline{L})_p$ ハ $\mathfrak{g}$ ニ関シテエルゴード的，

(ii) $\mathcal{L} \ni a \longrightarrow (\overline{a})_p \in (\overline{L})_p$, $p \in \mathfrak{M}$ ハ $\mathcal{L}$ ノ

$\sum_{p \in \mathfrak{M}} \oplus (\overline{L})_p$ ノ一部分ヘノ束同型對應デ

$a^\sigma \longrightarrow (\overline{a})_p^\sigma$, $\sigma \in \mathfrak{g}$.

(iii) $m(a) = \int_{\mathfrak{M}} m_p(a) \mu(dp)$

(iv) $\{a_n\}$ ヲ一ツキメレバ，ソレニ對シテ μ 測度 0 ノ集合 $N \subset \mathfrak{M}$ (從ツテ $\mathfrak{M}$ ノ第一類集合) ヲ除イテ

$$\overline{(V_n a_n)}_{\mathfrak{p}} = V_n (\overline{a_n})_{\mathfrak{p}} \quad , \quad \mathfrak{p} \nmid N$$

ガ成立スル。⌋

コレハ君ノ求メヨウトシタ定理ニ他ナラナイ。

(18, 8, 13)

× × × × ×

前略

仙台ノ談話會デ一寸話シマシタコトデ，簡單ナ注意デスガ，岩村君ト一緒ニ次ノ樣ニ書イテ見マシタ。紙上談話會ニ載セテイタダケレバ幸甚デス。

毎日暑イ天氣ガ續キマスガ皆樣御変リモアリマセンカ，東京デハ一同元氣デス。

皆樣ニ宜シク。

八月十三日　　河田敬義

深宮政範様